Bölüm - 2 : ÜSLÜ İFADELER

• Tam Sayıların Pozitif ve Negatif Kuvvetleri :

✓. Pozitif bir tam sayının tüm kuvvetleri pozitiftir.

$(+)^{tek} = +$ $\quad (+)^{çift} = +$

✓. Negatif bir tam sayının çift kuvvetleri pozitif; tek kuvvetleri negatiftir.

$(-)^{çift} = +$ $\quad (-)^{tek} = -$

✓. $a \neq 0$ ve n bir doğal sayı olmak üzere ;

$a^{-n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n$

✓. $a \neq 0$ olmak üzere ; $a^1 = a$ ve $a^0 = 1$

Örn : $-2^2 + (-2)^2 - (-2)^0 \cdot 2^{-2} = ?$

$-4 \quad +4 \quad 1 \quad \frac{1}{4}$

$= (-4) + (+4) - \underbrace{(1) \cdot \frac{1}{4}}_{\frac{1}{4}}$

$= \cancel{-4} + \cancel{4} - \frac{1}{4}$

$= 0 - \frac{1}{4} = \frac{-1}{4}$ //

Örn : $(-3)^{-4} : 2^{-1} \cdot \frac{1}{4^{-2}} = ?$

$\left(\frac{-1}{3}\right)^4 = \frac{1}{81}$ $\quad \frac{1}{2}$ $\quad \frac{1}{\left(\frac{1}{4}\right)^2} = \frac{1}{\frac{1}{16}} = 16$

$= \frac{1}{81} : \frac{1}{2} \cdot 16 = \frac{1}{81} \cdot 2 \cdot 16 = \frac{32}{81}$ //

✓. Rasyonel sayıların kuvveti alınırken hem payın hem de paydanın kuvveti alınır.

✓. Ondalık kesirlerin kuvveti kuvveti alınırken, önce rasyonel sayı olarak yazılır, sonra kuvvet alınır.

Örn : $(0{,}02)^{-2} \cdot \left(\frac{-2}{3}\right)^{-2} = ?$

$\left(\frac{2}{100}\right)^{-2} = \left(\frac{1}{50}\right)^{-2} = 50^2 = 2500$

$\left(\frac{-2}{3}\right)^{-2} = \left(\frac{-3}{2}\right)^2 = \frac{(-3)^2}{2^2} = \frac{9}{4}$

$= \overset{625}{\cancel{2500}} \cdot \frac{9}{\cancel{4}_1} = 5625$ //

Örn : $3^a = \frac{1}{81}$ ve $4^{-b} = 64$ ise $a+b=?$

$3^a = \frac{1}{3^4}$

$3^a = 3^{-4}$

$a = -4$

$4^{-b} = 4^3$

$-b = 3$

$b = -3$

$a+b = -7$ //

✓. Tabanları aynı olan üslü ifadeler çarpılırken; üsler toplanır ve bu toplam ortak tabana üs olarak yazılır.

$a \neq 0$, m ve n tam sayı olmak üzere;

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$ *

✓. Üsleri aynı olan üslü ifadeler çarpılırken; tabanlar çarpılır ve ortak üs aynen yazılır.

$a, b \neq 0$ ve x tam sayı olmak üzere;

$$a^x \cdot b^x = (a \cdot b)^x$$ *

✓. Tabanları aynı olan üslü ifadeler bölünürken; payın üssünden paydanın üssü çıkarılır ve ortak tabana üs olarak yazılır.

$a \neq 0$, m ve n tam sayı olmak üzere ;

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$ ✗

✓. Üsleri aynı olan üslü ifadeler bölünürken; tabanlar bölünür ve ortak üs aynen yazılır.

$b \neq 0$ ve n tam sayı olmak üzere ;

$$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$ ✗

✓. Bir üslü sayının üssü alınırken , üsler çarpılır.

$a \neq 0$, m ve n birer tam sayı olmak üzere ;

$$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$$ ✗

✓. Üslü ifadelerle toplama ve çıkarma işlemi yapılırken genellikle üslü sayıların değeri bulunur, Bazen de ortak çarpan parantezine alınarak işlem yapılır.

Örn : $27^4 \cdot 9^3 = ?$

$(3^3)^4 \cdot (3^2)^3$

$3^{12} \cdot 3^6 = 3^{12+6} = 3^{18}$ //

Örn : $\dfrac{100^3 \cdot 10^{-4}}{10^3 \cdot 1000^{-2}} = ?$

$\dfrac{(10^2)^3 \cdot 10^{-4}}{10^3 \cdot (10^3)^{-2}} = \dfrac{10^6 \cdot 10^{-4}}{10^3 \cdot 10^{-6}} = \dfrac{10^2}{10^{-3}} = 10^{2-(-3)}$

$= 10^5$ //

Örn : $\dfrac{12^4}{36^2} = ?$ $\quad 12 = 2^2 \cdot 3$

$36 = 2^2 \cdot 3^2$

$\dfrac{(2^2 \cdot 3)^4}{(2^2 \cdot 3^2)^2} = \dfrac{(2^2)^4 \cdot 3^4}{(2^2)^2 \cdot (3^2)^2} = \dfrac{2^8 \cdot 3^4}{2^4 \cdot 3^4} = 2^{8-4}$

$= 2^4$ //

Örn : $(-2^{-1})^{-2} - (-2)^2 = ?$ $\quad 4 - 4 = 0$ //

$\left(\dfrac{-1}{2}\right)^{-2} = (-2)^2 = 4$ $\quad (-2)^2 = 4$

Örn : $6 \cdot 5^4 - 3 \cdot 5^5 + 2 \cdot 5^6 = ?$

$5^4 \cdot (6 - 3 \cdot 5^1 + 2 \cdot 5^2) = 5^4 \cdot 41$ //

$6 - 15 + 50$

• Ondalık Gösterimleri Çözümleme :

✓. Bir ondalık gösterimi basamak değerlerinin toplamı biçiminde yazmaya, bu ondalık gösterimi çözümleme denir.

$$\overbrace{784}^{\text{tam kısım}} , \overbrace{695}^{\text{ondalık kısım}}$$

- 7 → yüzler bas. (10^2)
- 8 → onlar bas. (10^1)
- 4 → birler bas. (10^0)
- 6 → onda birler bas. (10^{-1})
- 9 → yüzde birler bas. (10^{-2})
- 5 → binde birler bas. (10^{-3})

Örn : 405, 602 ondalık gösterimini 10'un tam sayı kuvvetlerini kullanarak çözümleyelim.

$4 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10^0 + 6 \cdot 10^{-1} + 2 \cdot 10^{-3}$ //

Örn : Çözümlenmiş hali; $8 \cdot 10^3 + 4 \cdot 10^2 + 7 \cdot 10^0 + 1 \cdot 10^{-1} + 9 \cdot 10^{-2} + 3 \cdot 10^{-3}$ olan sayıyı bulalım.

8 4 0 7 , 1 9 3

• Çok Büyük ve Çok Küçük Sayılar:

✓. Çok büyük ve çok küçük sayılar \
$a,bcd \cdot 10^n$ şeklinde 10'un üslü gösterimiyle gösterilir. a,bcd sayısının yazılış şekline göre 10'un kuvveti belirlenir. (a, b, c, d birer rakam ve n, bir tam sayıdır.)

Örn: $147000000 = 147 \cdot 10^6$

$= 14,7 \cdot 10^7$

$= 1,47 \cdot 10^8$

$= 0,147 \cdot 10^9$

Örn: $58000000000 = 5,8 \cdot 10^n \quad n = ?$

$n = 10$ //

Örn: $\dfrac{3,2 \cdot 10^7}{0,16 \cdot 10^4} = ?$

$\dfrac{\overset{2}{\cancel{32}} \cdot 10^6}{\cancel{16} \cdot 10^2} = 2 \cdot 10^{6-2} = 2 \cdot 10^4 = 20000$ //

• Bilimsel Gösterim :

✓. a bir gerçek sayı $1 \leq |a| < 10$

($|a|$, 1 ile 10 arasında ve 1 dahil) ve n

bir tam sayı olmak üzere $a \cdot 10^n$ gösterimi

bilimsel gösterimdir.

Örn , 67500000 sayını bilimsel gösterim

şeklinde yazınız.

Öncelikle ; $\underbrace{675}_{a} \cdot 10^{\overbrace{5}^{n}}$ şeklinde ifade

edelim.

$1 \leq |a| < 10$ olmalıdır $a = 6,75$ olmalı.

$6,75 \cdot 10^7$ //

ÜNİTE - 2

Bölüm - 1 : KAREKÖKLÜ İFADELER

✓. Karekök alma; verilen sayının hangi sayının karesi olduğunu bulma işlemine denir.

✓. Karekök " $\sqrt{\ }$ " sembolü ile gösterilir.

✓. $\sqrt{a} \longrightarrow$ karekök a diye okunur.

✓. Tam kare; bir doğal sayının karesi olan pozitif sayılara denir.

✓. Aşağıdaki doğal sayıların karelerini bilmek bize işlem kolaylığı sağlayacaktır.

$1^2 \longrightarrow 1$	$9^2 \longrightarrow 81$	$17^2 \longrightarrow 289$
$2^2 \longrightarrow 4$	$10^2 \longrightarrow 100$	$18^2 \longrightarrow 324$
$3^2 \longrightarrow 9$	$11^2 \longrightarrow 121$	$19^2 \longrightarrow 361$
$4^2 \longrightarrow 16$	$12^2 \longrightarrow 144$	$20^2 \longrightarrow 400$
$5^2 \longrightarrow 25$	$13^2 \longrightarrow 169$	$25^2 \longrightarrow 625$
$6^2 \longrightarrow 36$	$14^2 \longrightarrow 196$	
$7^2 \longrightarrow 49$	$15^2 \longrightarrow 225$	
$8^2 \longrightarrow 64$	$16^2 \longrightarrow 256$	

Örn: $\sqrt{25} = ?$

↳ Hangi tam sayının karesi 25'dir?

$= 5$ //

Örn: $\sqrt{81} = ?$

↳ Hangi tam sayının karesi 81'dir?

$= 9$ //

✓. Kareköklü sayıları sıralarken, katsayı yoksa kökün içi büyük olan kareköklü sayı daha büyüktür

Örn: $\sqrt{5} > \sqrt{4} > \sqrt{3}$

Örn: $\sqrt{80} > \sqrt{62} > \sqrt{35}$

✓. Bir sayının karekökü negatif bir sayı olamaz

$\sqrt{x^2} = |x|$ *

Örn: $\sqrt{100} = \sqrt{10^2} = \sqrt{(-10)^2} = 10$ //

Örn: Karesi 400 olan tam sayıları bulunuz.

$+20$ -20

• Kareköklü Sayıların Hangi Tam Sayıya Daha Yakın Olduğunu Bulma :

✓. $a > b > c$ ise $\sqrt{a} > \sqrt{b} > \sqrt{c}$

Örn : $\sqrt{18}$ hangi tam sayıya daha yakındır?

1.adım : 18 sayısına yakın (bir öncesindeki ve bir sonrasındaki) tam kare sayıları bul.

$16 < 18 < 25$

2.adım : Küçükten büyüğe doğru sıraladığın sayıların hepsinin karekökünü al. (Bu durum sıralamayı bozmaz)

$\sqrt{16} < \sqrt{18} < \sqrt{25}$

$4 < \sqrt{18} < 5$

⟶ $\sqrt{18}$, 4 ve 5 tam sayıları arasındadır ve 4'e daha yakındır.

Örn : $-\sqrt{21}$ hangi tam sayıya daha yakındır?

1. adım : $-25 < -21 < -16$

2. adım : $-\sqrt{25} < -\sqrt{21} < -\sqrt{16}$

$$\begin{array}{ccccc} \downarrow & & & & \downarrow \\ -5 & < & -\sqrt{21} & < & -4 \end{array}$$

le, -5 ile -4 arasında ve -5'e daha yakındır.

• $a\sqrt{b}$ ve $\sqrt{a^2 \cdot b}$ Şeklindeki Köklü Sayılar:

Örn : $\sqrt{24} = ?$ $\quad 2 \; \sqrt{2^2 \cdot 2 \cdot 3} = 2\sqrt{6}$ //

$$\begin{array}{r|l} 24 & 2 \\ 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

Örn : $\sqrt{108} = ?$ $\quad \overset{2 \quad 3}{\sqrt{2^2 \cdot 3^2 \cdot 3}} = 2 \cdot 3\sqrt{3}$

$= 6\sqrt{3}$ //

$$\begin{array}{r|l} 108 & 2 \\ 54 & 2 \\ 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

Örn: $-3\sqrt{96} = ?$

$\sqrt{96} =$

96	2
48	2
24	2
12	2
6	2
3	3
1	

$\sqrt{96} = 2.2.\sqrt{2.3}$

$= 4\sqrt{6}$

$-3\sqrt{96} = -3.4.\sqrt{6} = -12\sqrt{6}$ //

Örn: $3\sqrt{7}$ karekök içine alınız.

$3\sqrt{7} = \sqrt{3^2.7} = \sqrt{63}$ //

Örn: $-2\sqrt{3}$ karekök içine alınız

$-2\sqrt{3} = -\sqrt{2^2.3} = -\sqrt{12}$ //

Örn: $\sqrt{48} = a\sqrt{b}$ eşitliğinde a ve b'nin alabileceği değerleri bulalım.

$\sqrt{48} = \sqrt{1.48} = 1.\sqrt{48}$

$\sqrt{3.16} = 4\sqrt{3}$

$\sqrt{4.12} = 2\sqrt{12}$

a	b
1	48
4	3
2	12

• Kareköklü Sayıları Sıralama :

✓. Kareköklü sayıları sıralarken ; varsa katsayı kök içine alınır. Kök içi büyük olan daha büyük olmuş olur. Negatif köklü sayıları sıralarken ise pozitifmiş gibi sıralama yapılıp sembol sonra ters çevrilir.

Örn : $a = \sqrt{23}$ $\quad b = 3\sqrt{5}$ $\quad c = 4\sqrt{2}$

$$\left.\begin{aligned} a &= \sqrt{23} \\ b &= \sqrt{3^2 \cdot 5} = \sqrt{45} \\ c &= \sqrt{4^2 \cdot 2} = \sqrt{32} \end{aligned}\right\} b > c > a$$

Örn : $a = -2\sqrt{3}$ $\quad b = -3\sqrt{5}$ $\quad c = -6\sqrt{2}$

$$\left.\begin{aligned} a &= -\sqrt{2^2 \cdot 3} = -\sqrt{12} \\ b &= -\sqrt{3^2 \cdot 5} = -\sqrt{45} \\ c &= -\sqrt{6^2 \cdot 2} = -\sqrt{72} \end{aligned}\right\} a > b > c$$

• Kareköklü Sayılarla Çarpma İşlemi :

✓. Kat sayılar kendi aralarında, karekök içindeki sayılar kendi aralarında çarpılır.

✓. $a\sqrt{x} \cdot b\sqrt{y} = a \cdot b\sqrt{x \cdot y}$ ✱

Örn: $2\sqrt{5} \cdot 3\sqrt{6} = 2 \cdot 3\sqrt{5 \cdot 6}$

$= 6\sqrt{30}$ //

✓. Çarpımdaki karekökün icindeki sayı kök dısına cıkabiliyorsa cıkarılır.

Örn: $5\sqrt{2} \cdot -3\sqrt{8} = 5 \cdot (-3)\sqrt{2 \cdot 8}$

$= -15\sqrt{16}$

$= -15 \cdot 4 = -60$ //

Örn: $3\sqrt{6} \cdot 7\sqrt{3} = 3 \cdot 7\sqrt{6 \cdot 3}$

$= 21\sqrt{18}$ $\quad \begin{array}{r|l} 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$

$= 21 \cdot (3\sqrt{2})$

$= 21 \cdot 3\sqrt{2} = 63\sqrt{2}$ //

✓. Bir köklü sayının kendisi ile çarpımı kökü ortadan kaldırır.

$\sqrt{5} \cdot \sqrt{5} = \sqrt{25} = 5$ ✓

$\sqrt{13} \cdot \sqrt{13} = \sqrt{169} = 13$ ✓

$\sqrt{a} \cdot \sqrt{a} = a$ ✱

● Kareköklü Sayıyı Doğal Sayı Yapan Çarpanı Bulma :

1. adım : Kareköklü sayıda kökün içindeki sayı dışarı çıkabiliyorsa çıkarılır ; çıkamıyorsa öylece kalır.

2. adım : 1. adım uygulandıktan sonra kareköklü sayı ile kendisini çarparsak ; o kareköklü sayıyı doğal sayı yapmış oluruz.

Örn : $\sqrt{5} \cdot \sqrt{5} = 5$ ✓

Örn : $3\underbrace{\sqrt{18}}_{3\sqrt{2}} \cdot \sqrt{2} = 18$ ✓

$$\underbrace{3\sqrt{2}}_{3 \cdot 3\sqrt{2}}$$

$$\boxed{9\sqrt{2}}$$

✓. Paydasında kareköklü sayı bulunan sayıların paydasındaki sayı kökten kurtarılacak şekilde genişletme yapılabilir.

Örn : $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1 \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{9}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ✓

$(\sqrt{3})$

• Kareköklü Sayılarla Bölme İşlemi :

✓. Katsayılar kendi aralarında, karekök içindeki sayılar kendi aralarında bölünür.

✓. $$\frac{A\sqrt{x}}{B\sqrt{y}} = \frac{A}{B} \cdot \sqrt{\frac{x}{y}} = \frac{A}{B} \cdot \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}}$$ *

Örn: $\sqrt{\frac{25}{16}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{16}} = \frac{5}{4}$ ✓

Örn: $\frac{\sqrt{20}}{\sqrt{4}} = \frac{\sqrt{4.5}}{\sqrt{4}} = \frac{\cancel{2}\sqrt{5}}{\cancel{2}} = \sqrt{5}$ ✓

Örn: $\frac{-\sqrt{72}}{3} = \frac{-\overset{2}{\cancel{6}}\sqrt{2}}{\cancel{3}} = -2\sqrt{2}$ ✓

$$\begin{array}{r|l}
72 & 2 \rightarrow 2 \\
36 & 2 \\
18 & 2 \\
9 & 3 \rightarrow 3 \\
3 & 3 \\
1 &
\end{array}$$

• Kareköklü Sayılarla Toplama ve Çıkarma İşlemi :

✓. Karekökün içindeki sayılar <u>aynı</u> ise toplama veya çıkarma işlemi yapılabilir. Karekök içindeki sayılar aynı değilse, kökler $a\sqrt{b}$ şeklinde yazılıp eşitlenmeye çalışılır, eşitlenmiyorsa işlem yapmadan aynen kalır.

Ör: $4\sqrt{2}+3\sqrt{2}+2\sqrt{2}=(4+3+2)\sqrt{2}=9\sqrt{2}$

Ör: $\sqrt{25}+\sqrt{7}-3\sqrt{7}=5-2\sqrt{7}$

Ör: $8\sqrt{2}+2\sqrt{5}-\underbrace{\sqrt{18}}_{3\sqrt{2}}=5\sqrt{2}+2\sqrt{5}$

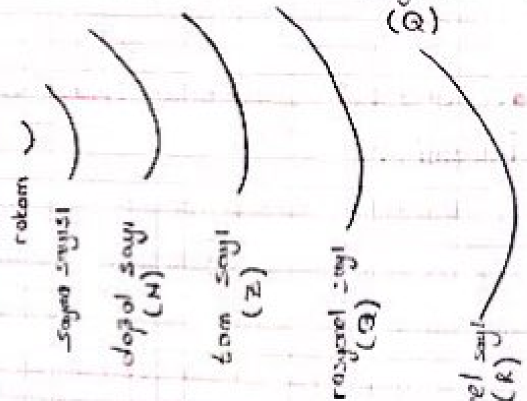
• Ondalık Kesirlerin Karekökünü Alma:

✓. Önce ondalık kesir rasyonel sayı olarak yazılır, sonra karekök alınır.

Ör: $\sqrt{0,09}=\sqrt{\frac{9}{100}}=\frac{\sqrt{9}}{\sqrt{100}}=\frac{3}{10}$

Ör: $-\sqrt{1,96}=-\sqrt{\frac{196}{100}}=-\frac{\sqrt{196}}{\sqrt{100}}=-\frac{14}{10}$

• **Gerçek (Reel) Sayılar** = Rasyonel Sayılar (Q) + İrrasyonel Sayılar (Q') = (I)



• irrasyonel sayı

✓. Her rakam bir sayma sayısıdır; her sayma sayısı bir doğal sayıdır; her doğal sayı bir tam sayıdır; her tam sayı bir rasyonel sayıdır; her rasyonel sayı da bir reel (gerçek) sayıdır. Aynı zamanda rasyonel sayılar ile irrasyonel sayıların birleşimi de reel (gerçek) sayıları verir.

- **Rakam** = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 } 10 tanedir
- **Sayma Sayısı** = 1, 2, 3, ... ∞
- **Doğal Sayılar (N)** = 0, 1, 2, 3, ... ∞
- **Tam Sayılar (Z)** = $-\infty$, ..., $-2, -1, 0, 1, 2, ... +\infty$
- **Rasyonel Sayılar (Q)** = a ve b birer tam sayı ($b\neq0$) olmak üzere $\frac{a}{b}$ şeklinde yazılabilen sayılara denir. = $\frac{1}{2}$, 5, $\frac{-2}{7}$, -11, $1\frac{2}{3}$, 0,23, $\sqrt{16}$, ...
- **İrrasyonel Sayılar (Q', I)** = Tam kare olmayan sayıların karekökleridir. (iki tam sayının oranı şeklinde "$\frac{a}{b}$" yazılamadığı için) denir. = $\sqrt{2}$, $-\sqrt{18}$, π, ...
- **Gerçek (Reel) Sayılar** = (Q + I) Sayı doğrusunda, ardışık iki tam sayının arasını tam doldurur.

Bölüm - 2 : CEBİRSEL İFADELER VE ÖZDEŞLİKLER

✓. İçinde en az bir değişken bulunan ve işlem içeren ifadelere cebirsel ifade denir.

✓. Bir cebirsel ifadede toplama veya çıkarma işlemleriyle birbirinden ayrılan her bir ifadeye terim denir.

✓. Bir cebirsel ifadede kullanılan x, y, z, a, △, □, ... gibi harf veya sembollere değişken (bilinmeyen) denir.

✓. Bir terimin başındaki sayıya (sayısal çarpanına) o terimin katsayısı denir.

✓. Değişken içermeyen terimlere sabit terim denir.

✓. Bir cebirsel ifadede değişkenleri (bilinmeyenleri) aynı olan terimlere benzer terimler denir.

Örn :

Cebirsel ifadeler \ Tanımlar	Terimler	Terim Sayısı	Katsayılar	Değişken	Sabit Terim	Benzer Terimler
$4x-3y+7x+1$	$4x, -3y, 7x, 1$	4	$4, -3, 7, 1$	x ve y	1	4x ve 7x
$-3xy+4x-5$	$-3xy, 4x, -5$	3	$-3, 4, -5$	x ve y	-5	yok
$5a^2-b+a$	$5a^2, -b, a$	3	$5, -1, 1$	a ve b	yok	yok
$3m-2n$	$3m, -2n$	2	$3, -2$	m ve n	yok	yok
$mn-5mn-5$	$mn, -5mn, -5$	3	$1, -5, -5$	m ve n	-5	mn ve $-5mn$

✓. Cebirsel ifadelerde carpma islemi yapılırken katsayılar carpılıp katsayı olarak; değiskenler carpılıp değisken olarak yazılır.

✓. Carpma islemi sonucunda elde edilen benzer terimler arasında toplama veya cıkarma islemi yapılarak ifade en sade hale getirilir.

Örn :

↳ $2 \cdot 4x = 8x$

↳ $(-2x) \cdot 5 = -10x$

↳ $4xy \cdot 2x^2y = 8x^3y^2$

↳ $a^2b \cdot ab^2 = a^3 \cdot b^3$

↳ $3x \cdot (-4y) \cdot 5z = -60xyz$

↳ $4 \cdot (x+3y) = 4x+12y$

↳ $2x \cdot (3x+y) = 6x^2+2xy$

↳ $(2x+y)+(-3x+y) = 2x+y-3x+y = -x+2y$

↳ $(5x-y)-(3x-4y) = 5x-y-3x+4y = 2x+3y$

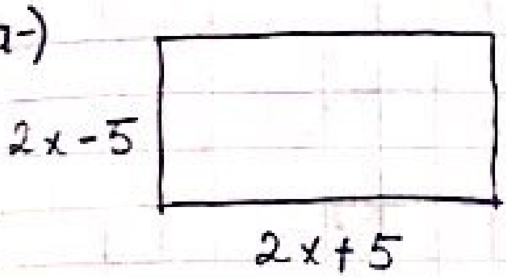
↳ $(x+y) \cdot (x+y) = x^2+xy+yx+y^2 = x^2+2xy+y^2$

↳ $2 \cdot (4x-3)+5 \cdot (-2x-4) = 8x-6-10x-20$

$= -2x-26$

Örn : Aşağıda verilen dikdörtgensel bölgelerin alanlarını bulunuz.

a-)

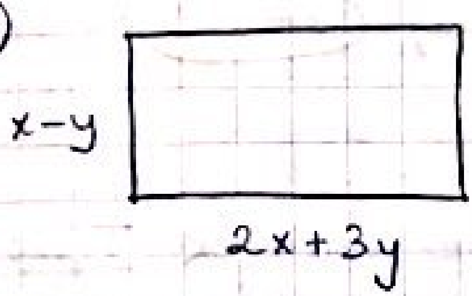


$(2x-5).(2x+5) =$

$4x^2 + \cancel{10x} - \cancel{10x} - 25 =$

$4x^2 - 25$ //

b-)

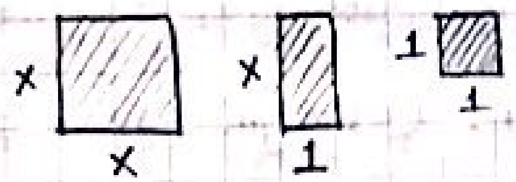


$(x-y).(2x+3y) =$

$2x^2 + 3xy - 2xy - 3y^2 =$

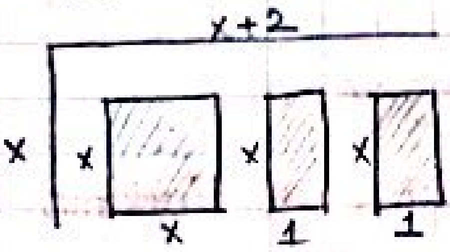
$2x^2 + xy - 3y^2$ //

Örn :



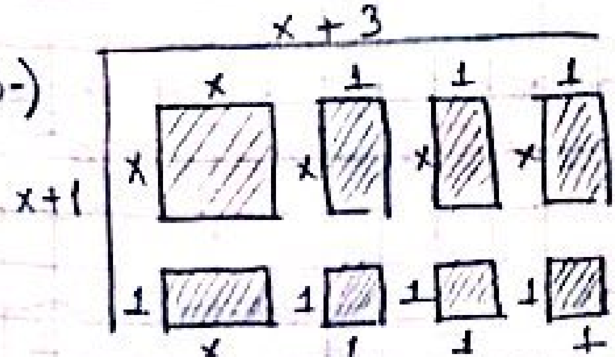
Yukarıda verilen modellemelere göre; aşağıda verilen modellemelere karşılık gelen işlemleri yapınız.

a-)



$\longrightarrow x^2 + 2x$

b-)



$\longrightarrow x^2 + 4x + 3$

✓. içerdiği değişkenler BAZI gerçek sayı veya sayılar için doğruysa; bu cebirsel ifadelere denklem denir.

Örn : $2.(x-3) = 14$

$2x-6 = 14$

$2x = 20 \Rightarrow x = 10$ → Sadece "bir" değeri sağlar.

✓. içerdiği değişkenlere verilecek TÜM gerçek sayı değerleri için doğruysa bu denklemlere özdeşlik denir. (eşitliğin sağı ve solu aynı olmalıdır.)

Örn : $-2.(x-4) = -2x+8$

$-2x+8 = -2x+8$

↳ Her değeri sağlar.

• İki Terimin Toplamının ve Farkının Karesi Özdeşliği :

$$(a+b).(a+b) = (a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$$ *

$$(a-b).(a-b) = (a-b)^2 = a^2-2ab+b^2$$ *

Örn :

a-) $(3x-1)^2 = 9x^2 - 6x + 1$

b-) $(5x+2)^2 = 25x^2 + 20x + 4$

c-) $(7y-3x)^2 = 49y^2 - 42yx + 9x^2$

d-) $(3x+2y)^2 = 9x^2 + 12xy + 4y^2$

e-) $(4+2a)^2 = 16 + 16a + 4a^2$

Örn : $x^2 + y^2 = 36$ ve $x+y = 8$ olduğuna göre; $x \cdot y = ?$

$x+y = 8$ ise $(x+y)^2 = 8^2 = 64$

$(x+y)^2 = \underbrace{x^2 + 2xy + y^2}_{36} = 64$

$36 + 2xy = 64$

$2x \cdot y = 28$

$x \cdot y = 14$ //

Örn : $a = 2020$ $b = 2019$ olduğuna göre;

$a^2 - 2ab + b^2 = ?$

$a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2 = (2020 - 2019)^2$

$= 1^2$

$= 1$ //

İki Kare Farkı Özdeşliği :

$$(a-b).(a+b) = a^2 - b^2$$

Örn :

a-) $(x-4).(x+4) = x^2 - 16$

b-) $(10+x).(10-x) = 100 - x^2$

c-) $(5x-1).(5x+1) = 25x^2 - 1$

d-) $(\sqrt{3}-\sqrt{2}).(\sqrt{3}+\sqrt{2}) = 3 - 2 = 1$

e-) $x^2 - 36 = (x-6).(x+6)$

f-) $81a^2 - 121 = (9a-11).(9a+11)$

g-) $27 - 25m^2 = (3\sqrt{3}-5m).(3\sqrt{3}+5m)$

h-) $a - b = (\sqrt{a}-\sqrt{b}).(\sqrt{a}+\sqrt{b})$

ı-) $100a^2 - 1 = (10a-1).(10a+1)$

Örn : $100^2 - 66^2 = 34 . M$ ise $M = ?$

$100^2 - 66^2 = (100-66).(100+66) = 34.M$

$= 34 . 166 = 34 . M$

$\Rightarrow M = 166$ //

Örn: $(x-3)\cdot(x+3)=16$ ise x'in alabileceği değerler çarpımı kaçtır?

$(x-3)\cdot(x+3) = x^2-9 = 16$

$x^2 = 25 \Rightarrow x=-5$
$\qquad\qquad\quad x=+5$

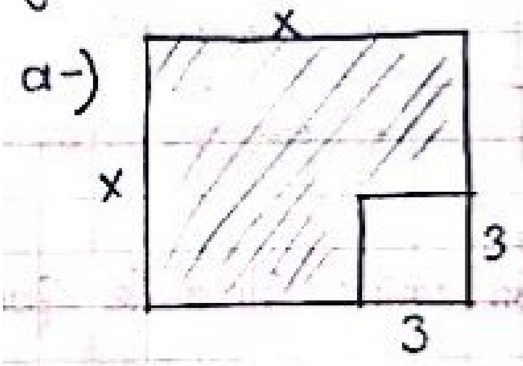
$(-5)\cdot(+5) = -25$ //

Örn: $x^2-y^2=81$ ve $x+y=27$ ise $x-y=?$

$x^2-y^2 = \underbrace{(x-y)}_{?}\cdot\underbrace{(x+y)}_{27} = 81 \Rightarrow (x-y)=3$ //

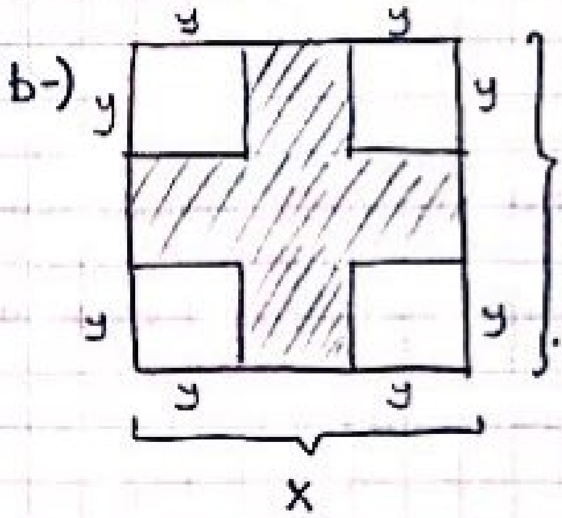
Örn: Aşağıda verilen modellemelerdeki boyalı bölgeleri özdeşlik ile ifade ediniz.

a-)



$\rightarrow x^2-3^2 = (x-3)\cdot(x+3)$

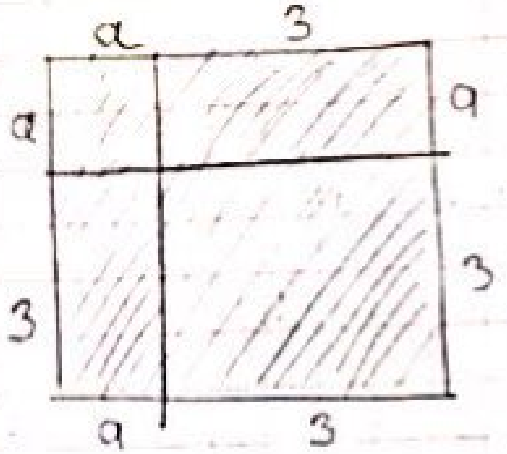
b-)



$\rightarrow x^2-4y^2$

$= (x-2y)\cdot(x+2y)$

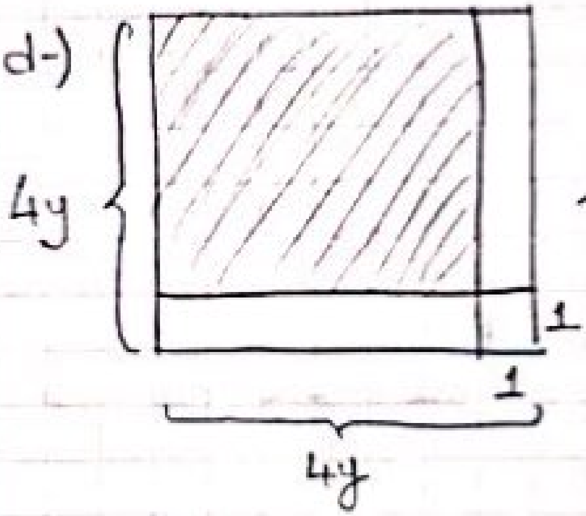
c-)



$\rightarrow (a+3)\cdot(a+3)=(a+3)^2$

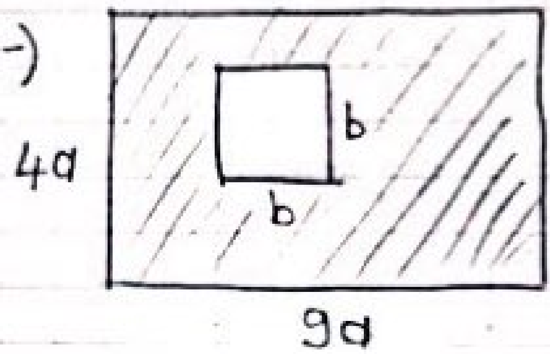
$= a^2+6a+9$ //

d-)



$\nearrow (4y-1)^2 = 16y^2-8y+1$

e-)



$\rightarrow (4a\cdot 9a)-(b\cdot b)$

$= 36a^2-b^2$

$= (6a-b)\cdot(6a+b)$ //

• Ortak Çarpan Parantezine Alma ile Çarpanlarına Ayırma :

✓. iki veya daha fazla terimden olusan bir cebirsel ifadede benzer terimleri parantez dısına alarak carpanlarına ayırmaya denir.

Örn :

a-) $16x - 8 = 8 \cdot (2x-1)$

b-) $5x^2 + 10x = 5x(x+2)$

c-) $6xy - 2xy^2 - x^2y = xy(6 - 2y - x)$

d-) $a \cdot (x-y) + b \cdot (x-y) = (x-y) \cdot (a+b)$

Örn : Çevresi $4a+20$ olan karesel bölgenin alanını veren cebirsel ifadeyi bulunuz.

$4a+20 = 4 \cdot (a+5) =$ Çevre

Bir kenarı $\longrightarrow a+5$ Alanı $\longrightarrow (a+5)^2 = a^2 + 10a + 25$

- **Tam Kare Şeklinde Verilen ifadeyi Çarpanlarına Ayırma :**

$a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$

$a \qquad +b$

$a \qquad +b$

$a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$

$a \qquad -b$

$a \qquad -b$

Örn :

a-) $x^2 + 10x + 25 = (x+5)^2$

$x \qquad +5$

$x \qquad +5$

b-) $25y^2 + 10y + 1 = (5y+1)^2$

$5y \qquad +1$

$5y \qquad +1$

c-) $9x^2 - 6x + 1 = (3x-1)^2$

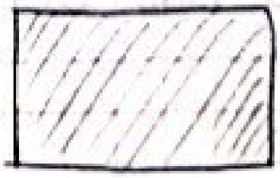
$3x \qquad -1$

$3x \qquad -1$

Örn: $x^2 + Ax + 81$ ifadesinin tam kare ifade olması için A, hangi değerleri alabilir?

$$x^2 + Ax + 81$$
$$\begin{matrix} x & +9 \\ x & +9 \end{matrix} \qquad A \rightarrow +18$$

$$x^2 + Ax + 81$$
$$\begin{matrix} x & -9 \\ x & -9 \end{matrix} \qquad A \rightarrow -18$$

Örn:  Alanı $a^2 - 9 + b^2 + 2ab$ olan dikdörtgenin kısa kenarı $(x-3)$ ve uzun kenarı $(x+3)$ birimdir. Buna göre; dikdörtgenin çevresinin a ve b türünden eşiti = ?

$$(x-3)\cdot(x+3) = a^2 - 9 + b^2 + 2ab$$
$$x^2 - \cancel{9} = a^2 - \cancel{9} + b^2 + 2ab$$
$$x^2 = a^2 + 2ab + b^2$$
$$x^2 = (a+b)^2 \Rightarrow x = a+b$$

$$\text{Dikdörtgenin Çevresi} = 2\cdot(x-3) + 2\cdot(x+3)$$
$$= 2x - \cancel{6} + 2x + \cancel{6}$$
$$= 4x$$
$$= 4\cdot(a+b)$$
$$= 4a + 4b$$

ÜNİTE - 1

Bölüm - 1 : ÇARPANLAR VE KATLAR

• Pozitif Tam Sayıların Çarpanları :

✓. Pozitif bir tam sayının çarpanları, aynı zamanda bu tam sayının bölenleridir.

✓. Çarpan = Bölen

Örn : 24 sayısının pozitif tam sayı çarpanlarını (bölenlerini) bulunuz.

24
1 . 24
2 . 12
3 . 8
4 . 6

1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24

✓. 1 ve kendisinden başka hiçbir sayma sayısına bölünmeyen 1'den büyük doğal sayılara asal sayılar denir.

✓. Asal sayılar ; 2, 3, 5, 7, 11, ..., 97, ...

✓. 2'den başka çift asal sayı yoktur.

✓. En küçük asal sayı 2'dir.

✓. 1 asal sayı DEĞİLDİR!!

✓. Bir sayının pozitif çarpanları içindeki asal sayı olanlarına asal çarpan denir.

Örn : 20'nin asal çarpanları nelerdir?

$$\begin{rcases} 1 \cdot 20 \\ 2 \cdot 10 \\ 4 \cdot 5 \end{rcases}$$ 20'nin çarpanları ;

1, $\underset{7}{2}$, 4, $\underset{7}{5}$, 10, 20

20'nin asal çarpanları → 2 ve 5'dir.

✓. Pozitif bir tam sayıyı üslü ifadelerin çarpımı şeklinde yazmak için verilen tam sayı asal çarpan algoritmasından yararlanılarak asal çarpanlarına ayrılır.

Örn : 28 sayının asal çarpanlarını bulunuz ve 28 sayısını asal çarpanlarının çarpımı şeklinde yazınız.

$$\begin{array}{r|l} 28 & 2 \\ 14 & 2 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

28'in asal çarpanları → 2 ve 7

$$28 = 2 \cdot 2 \cdot 7$$
$$= 2^2 \cdot 7^1 \quad //$$

• En Büyük Ortak Bölen (EBOB) :

✓. İki veya daha fazla sayının ortak bölenleri-
nin en büyüğüne **en büyük ortak bölen** denir
ve kısaca "**EBOB**" diye ifade edilir.

✓. $(A, B)_{ebob}$ veya EBOB(A, B) şeklinde
gösterilir.

✓. EBOB 3 yolla bulunur.

Örn : 24 ve 36'nın EBOB'unu bulunuz.

1. yol :

24	36
1 . 24	1 . 36
2 . 12	2 . 18
3 . 8	3 . 12
4 . 6	4 . 9
	6 . 6

EBOB(24,36) = 12

2. yol :

24	36	
24	36	2
12	18	2
6	9	2
3	9	3
1	3	3
	1	

$2 \cdot 2 \cdot 3 = 12$

EBOB(24, 36) = 12

3. yol :

24	2
12	2
6	2
3	3
1	

36	2
18	2
9	3
3	3
1	

$24 = \underline{2^3} \cdot \underline{3^1}$

$36 = \underline{2^2} \cdot \underline{3^2}$

$EBOB(24, 36) = 2^2 \cdot 3^1 = 12$

• EBOB Problemleri :

✓. Büyük parçalardan küçük küçük parçalar elde ediliyorsa ;

✓. Büyükten küçüğe doğru gidiliyorsa ;

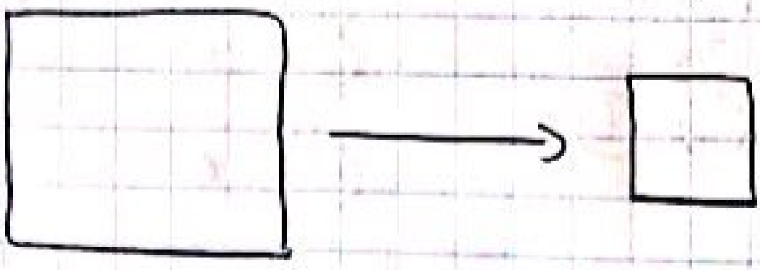
✓. Bütün, küçük parçalara ayrılıyorsa ;

✓. Bidonlardaki, çuvallardaki ürünler, başka kaplara paylaştırılıyorsa ;

✓. Tarlanın etrafına EŞİT aralıklarla ağaç dikilecekse ;

✓. Kumaşlar, çubuklar EŞ parçalara ayrılacaksa

✓.



EBOB kullanılır.

Örn : 60 litre ve 40 litrelik iki farklı meyve suyu aynı miktarda meyve suyu alabilen şişelere birbirine karıştırılmadan paylaştırılacaktır. Buna göre;

a-) Bir şişe en fazla kaç litre meyve suyu alabilir ? → 20 litre //

60	40	2
30	20	2
15	10	2
15	5	3
5	5	5
1	1	

$2 \cdot 2 \cdot 5 = 20 = (60,40)_{ebob}$

b-) Bu işlem için en az kaç şişeye ihtiyaç vardır ?

$60 \div 20 = 3$ şişe

$40 \div 20 = 2$ şişe

\+ ___

5 şişeye ihtiyaç vardır. //

• En Küçük Ortak Kat (EKOK) :

✓. İki veya daha fazla sayının ortak katlarının en küçüğüne en küçük ortak kat denir ve kısaca "EKOK" diye ifade edilir.

✓. (A, B) ekok veya EKOK (A, B) şeklinde gösterilir.

✓. EKOK 3 yolla bulunur.

Örn : 12 ve 15 sayılarının EKOK'u kaçtır?

1. yol : 12 → 12, 24, 36, 48, 60, 72, ...

15 → 15, 30, 45, 60, 75, ...

EKOK (12, 15) = 60

2. yol :

$$\begin{array}{cc|c} 12 & 15 & 2 \\ 6 & 15 & 2 \\ 3 & 15 & 3 \\ 1 & 5 & 5 \\ & 1 & \end{array} \quad 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$$

EKOK (12, 15) = 60

3. yol :

$$\begin{array}{c|c} 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{c|c} 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$12 = 2^2 \cdot 3^1$

$15 = 3^1 \cdot 5^1$

$\text{EKOK}(12, 15) = 2^2 \cdot 5^1 \cdot 3^1$

$= 60$

• EKOK Problemleri :

✓. Parcalardan bütün olusturuluyorsa ;

✓. Cevizler, cicekler, misketler sayılıyorsa veya bunlar sayıldıktan sonra artan oluyorsa ;

✓. Gemiler, arabalar beraber yola cıkıp bir yerde karsılasıyorsa veya kac gün sonra, kac yıl sonra karsılasırlar diye soruluyorsa ;

✓. Saatlerin bir daha birlikte calacakları zaman soruluyorsa ;

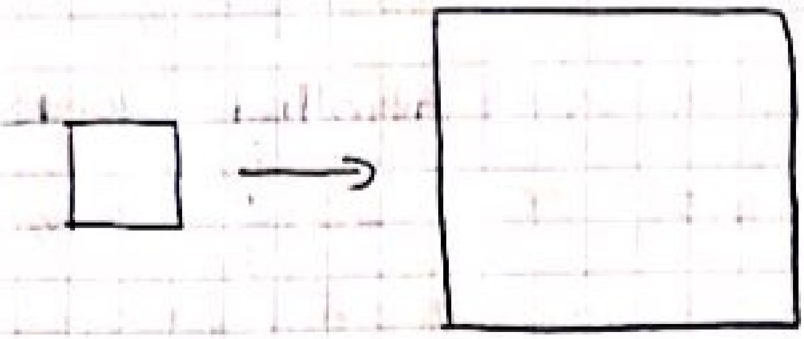
✓. Nöbetlerin bir daha ortak tutulacağı gün soruluyorsa ;

✓. Bölenler verilip sayı bulunuyorsa ;

$\left(\frac{A}{6} , \frac{A}{8} \rightarrow A = ? \right)$

✓. Bölen verilip bölünen bulunuyorsa ;

✓.



EKOK kullanılır.

Örn : Melek 3 günde bir Hasan 6 günde bir nöbet tutmaktadır. Buna göre ;

a-) Birlikte nöbet tuttuktan en az kaç gün sonra tekrar beraber nöbet tutarlar ?

$3 = 3^1$
$6 = 2^1 . 3^1$ > $ekok(3,6) = 3^1 . 2^1 = 6$ //

6 gün sonra tekrar beraber nöbet tutarlar.

b-) İlk nöbetlerini birlikte salı günü tuttuklarına göre ; ikinci nöbetlerini hangi gün tutarlar

→ 6 günde bir beraber nöbet tuttuklarına göre,

salı + 6 gün → pazartesi //

Örn : Ezgi, elindeki boncukları dörder dörder veya beşer beşer saydığında 2 boncuğu artmaktadır. Buna göre ;

a-) Ezginin en az kaç boncuğu vardır ?

$ekok(4,5) = 20$ $20 + 2 = 22$ //

b-) Boncuk sayısı 100'den fazla ise en az kaç boncuğu vardır ?

20, 40, 60, 80, 100 $100 + 2 = 102$ //

Örn : Büşra elindeki papatyaları altışar altışar ve sekizer sekizer saydığında her seferinde 3 çiçek eksik kalıyor. Buna göre;

a-) Büşra'nın en az kaç papatyası vardır?

6	8	2
3	4	2
3	2	2
3	1	3
1		

24 EKOK(6, 8) = 24

24 − 3 = 21

b-) Papatya sayısı 100'den fazla ise en az kaç papatyası vardır?

24, 48, 72, 96, 120, ...

−3

↳ 120 − 3 = 117

• Aralarında Asal Olma :

✓. İki doğal sayının 1'den başka ortak böleni yoksa bu sayılara aralarında asal sayılar denir.

✓. 1, bütün sayılar ile aralarında asaldır.

✓. Ardışık doğal sayılar, aralarında asaldır.

✓. Sayıların aralarında asal olması için asal sayı olmasına gerek YOKTUR!

> Tüyo : Sayıların ortak asal çarpanı yoksa sayılar aralarında asaldır.

• EBOB ve EKOK'un GENEL ÖZELLİKLERİ

✓. 2 doğal sayının EBOB'u ile EKOK'unun çarpımı sayıların çarpımına eşittir.

$$A \cdot B = EBOB(A,B) \cdot EKOK(A,B)$$

✓. 2 doğal sayıdan biri diğerinin tam katı ise ; EBOB'ları küçük sayıya, EKOK'ları büyük sayıya eşittir.

✓. Aralarında asal iki doğal sayının EBOB'u 1'dir.

✓ Aralarında asal iki doğal sayının EKOK'u sayıların çarpımına eşittir.

Bölüm-2 : VERİ ANALİZİ

✓. Tablo halinde verilen bilgilerin karşılaştırılabil-
mesi için ; şekil, resim veya çizgilerle gösteril-
mesine **grafik** denir.

✓. Bir tabloya karşılık gelen ifadeleri farklı
grafikler ile gösterebiliriz.

✓. Göstermek istediğimiz grafiğin verileri değer-
lendirmede en uygun grafik olmasına dikkat
etmeliyiz.

•. Daire Grafiği :

✓. Bir bütünün parçaları hakkında bilgi vermek
için kullanılan bir grafik türüdür.

✓. Gösterilmek istenen büyüklüklerin bir dairenin
dilimi biçiminde sunulmasıdır.

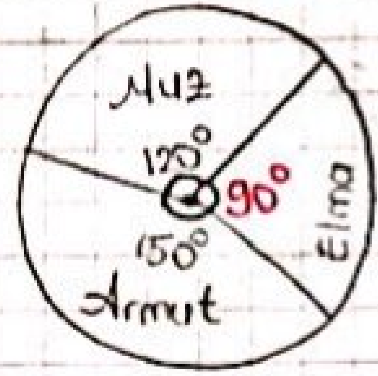
✓. Verilerde "oran" varsa kullanılabilir.

✓. Bu grafikte ; daire dilimi ile merkez açı ara-
sındaki oran kullanılır.

✓. Bu grafikler, ölçülen değerlerin birbirleri ile
karşılaştırılması için kullanılır.

V. En çok kullanıldığı alanlar; nüfus sayımı, oy dağılımı, bir karışımı oluşturan maddelerin karışımdaki oranları vb.

<u>Örn</u> :



Yandaki daire grafiği bir tarladaki elma, armut ve muz dikili alanları göstermektedir. Bu tarlada armut dikili alan 200 dönüm olduğuna göre muz dikili alan, elma dikili alandan kaç dönüm fazladır?

<u>Çözüm</u> :

<u>1. adım</u> : Dairenin merkez açılarının ölçüleri toplamının 360° olduğunu hatırla

Muz → 120°
Armut → 150°
} ise; $120° + 150° = 270°$

Elma → $360° - 270° = 90°$'dir. //

<u>2. adım</u> : Daire grafiği sorularında doğru orantı kullanılır.

150° 200 dönüm ise;
120° ? dönüm

$$\frac{?\cdot 150}{150} = \frac{200\cdot 120}{150}$$

? = 160 dönüm

Muz = 160 dönüm //

150° 200 dönüm ise;

90° ? dönüm

$$\frac{\cancel{150}\cdot ?}{\cancel{150}} = \frac{\overset{30}{\cancel{90}}\cdot \overset{4}{\cancel{200}}}{\underset{\cancel{3}}{\cancel{150}}} \qquad ? = 120 \text{ dönüm}$$

Elma = 120 dönüm //

Muz dikili alan (160 dönüm), elma dikili alandan (120 dönüm) → 160−120 = 40 dönüm fazladır. //

Örn :

	erkek	kız
Gözlüklü	8	12
G.süz	4	6

Yanda verilen tablo; bir sınıftaki öğrencilerin dağılımını göstermektedir. Buna göre bu dağılımı daire grafiğinde gösteriniz.

Sınıf mevcudu = 8+12+4+6 = 30 kişi

30 kişide 8 gözlüklü erkek

360° ✕ ?

$$\frac{?\cdot \cancel{30}}{\cancel{30}} = \frac{8\cdot \overset{12}{\cancel{360}}}{\cancel{30}} \qquad ? = 96°$$

CamScanner ile tarandı

30 kisida 12 gözlüklü kız

360° X ?

$$\frac{\cancel{30}\cdot ?}{\cancel{30}} = \frac{12 \cdot \overset{12}{\cancel{360}}}{\cancel{30}} \qquad ? = 144^\circ$$

30 kisida 4 gözlüksüz erkek

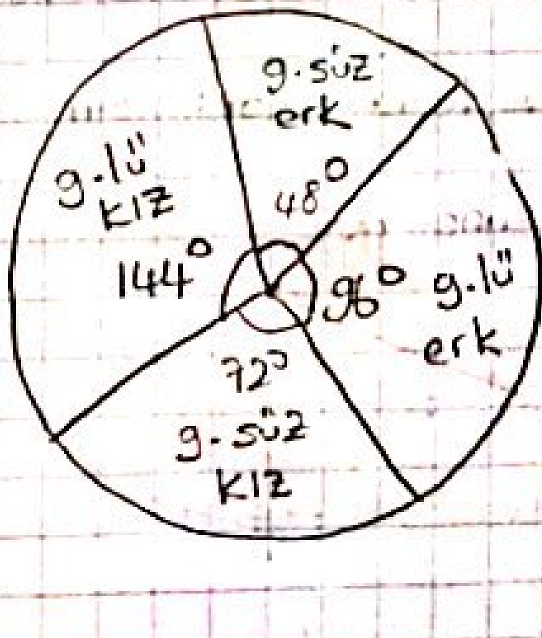
360° X ?

$$\frac{\cancel{30}\cdot ?}{\cancel{30}} = \frac{\overset{12}{\cancel{360}} \cdot 4}{\cancel{30}} \qquad ? = 48^\circ$$

30 kisida 6 gözlüksüz kız

360° X ?

$$\frac{\cancel{30}\cdot ?}{\cancel{30}} = \frac{6 \cdot \overset{12}{\cancel{360}}}{\cancel{30}} \qquad ? = 72^\circ$$



• Çizgi Grafiği :

✓. Belli bir zaman aralığındaki sürekli değişimin gözlenmesinde kullanılan bir grafik türüdür.

✓. Araştırılmak istenen konudaki değişimleri ve gidişatı gösterir.

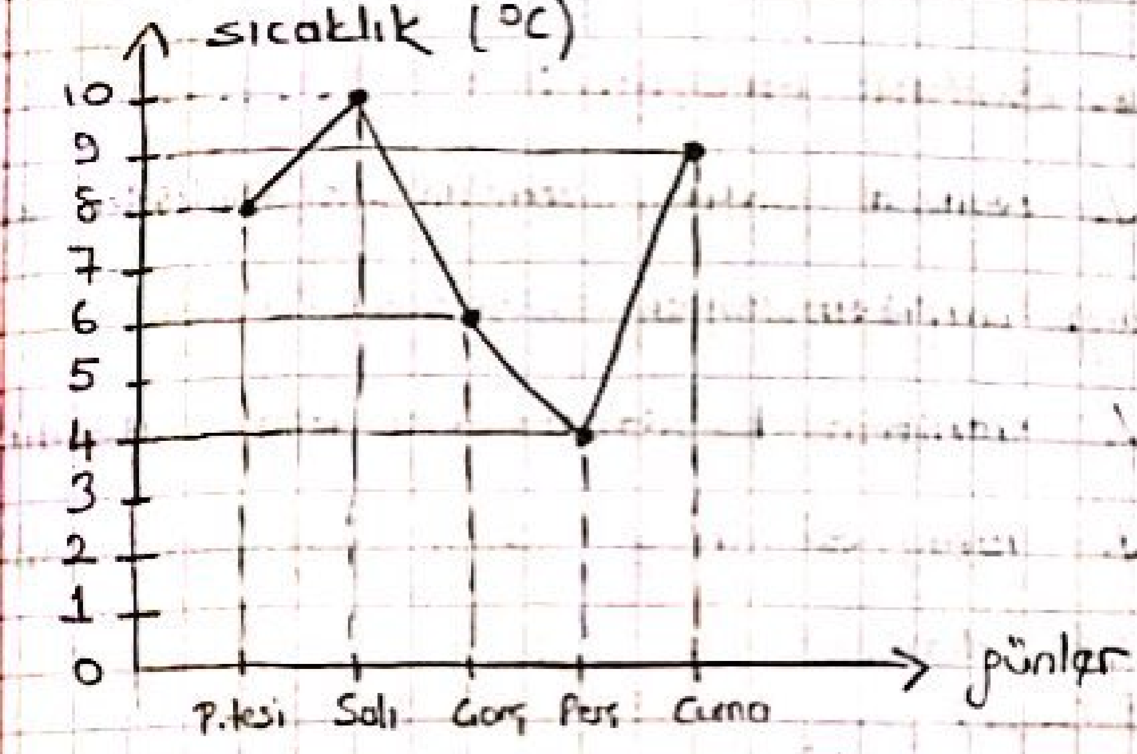
✓. İlerki durumlar için tahminde bulunmamıza olarak sağlar.

✓. Bu grafikte, artan ve azalan değerler net olarak izlenebilir.

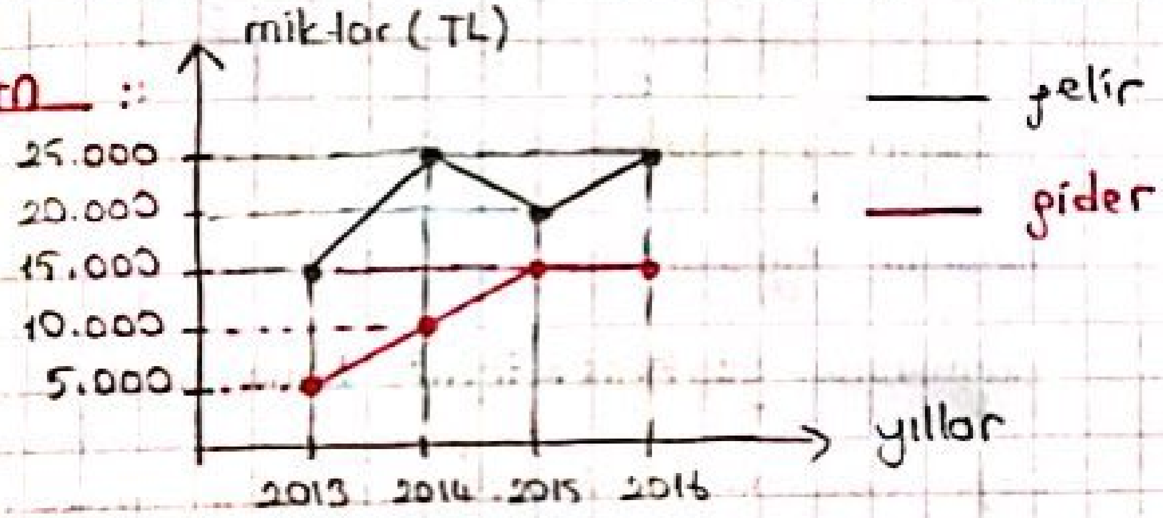
Örn :

P.tesi	Salı	Çarş.	Perş.	Cuma
8°C	10°C	6°C	4°C	9°C

Yukarıda verilen tablo, Antalya ilinin hafta içi günlerindeki hava sıcaklığının değişimini göstermektedir. Buna göre; tablonun çizgi grafiğini oluşturunuz.



Örn ::



Yukarıda verilen grafik, bir şirketin yıllara göre gelir-gider durumunu göstermektedir. Buna göre;

a-) Gelir-gider arasındaki fark hangi yıl en fazladır? ⟶ 2014 yılı //

b-) Hangi yıl gider miktarı değişmemiştir?

2016 //

• Sütun Grafiği :

✓. Verilerin grafik üzerinde sütunlarla gösterildiği grafiktir.

✓. Verilerin karşılaştırılması için kullanılır.

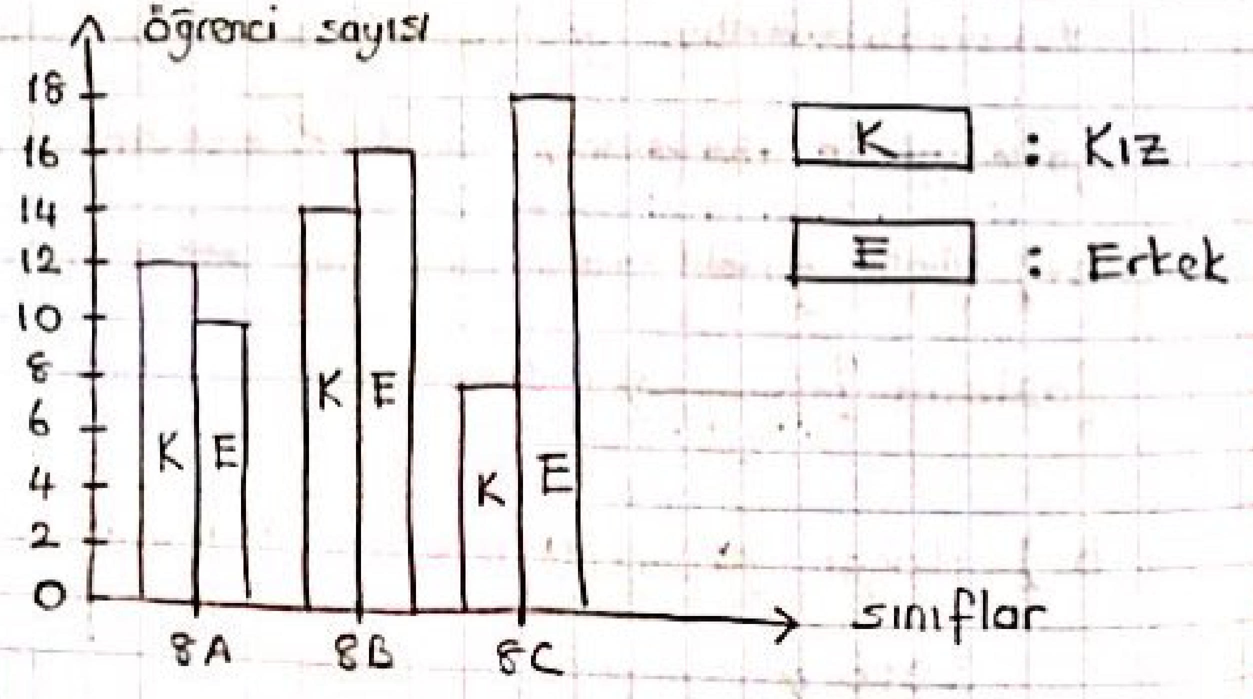
✓. Yatay ve dikey sütun grafikleri olabilir.

Örn :

	8A	8B	8C
Kız	12	14	8
Erkek	10	16	18

Yukarıda verilen tablo bir okulun 8. sınıflarında bulunan öğrencilerin kız ve erkek sayılarına göre dağılımını göstermektedir. Buna göre ;

a-) Tablonun sütun grafiğini oluşturunuz.



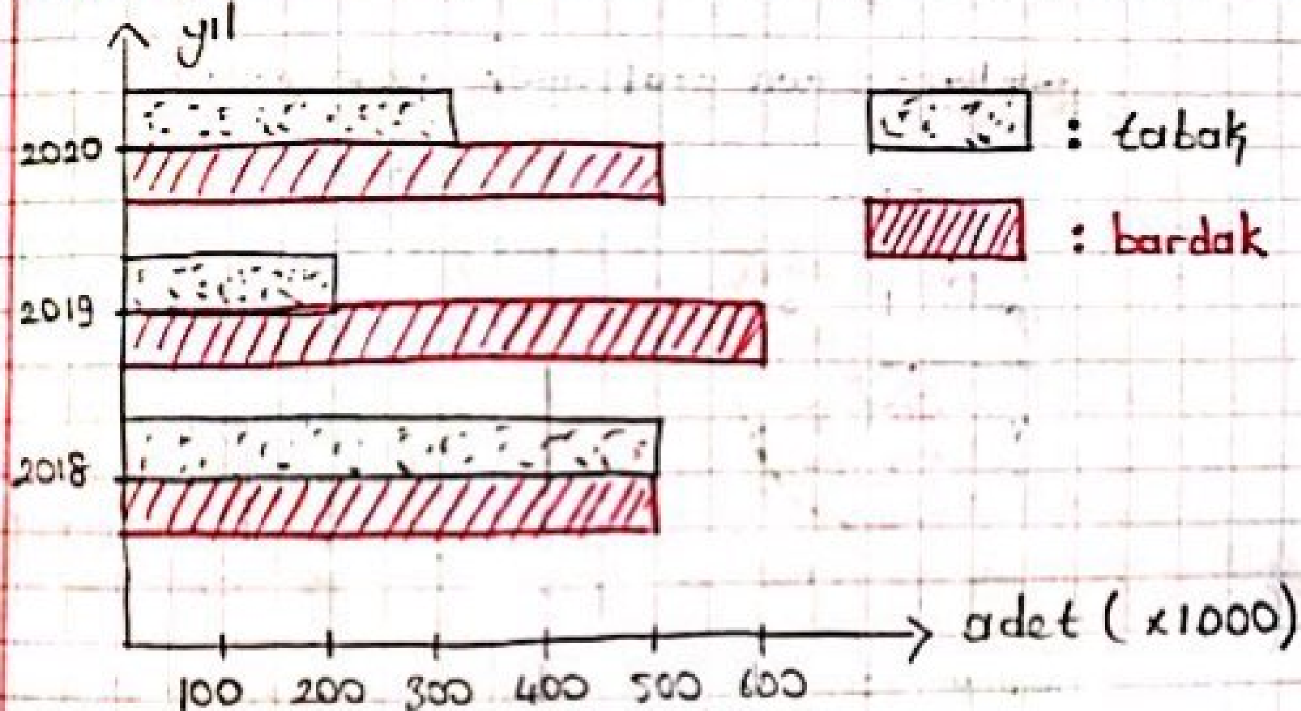
b-) Erkek öğrenci sayısının en az olduğu sınıf hangisidir? ⟶ 8A //

c-) Kız öğrenci sayısının, erkek öğrenci sayısından fazla olduğu sınıf hangisidir?

8A //

d-) Kız öğrenci sayısı ile erkek öğrenci sayısı arasındaki farkın en fazla olduğu sınıf hangisidir? ⟶ 8C //

Örn :



Yukarıda verilen grafik, bir mağazanın yıllık üretilen tabak ve bardak miktarlarını göstermektedir.

Buna göre ;

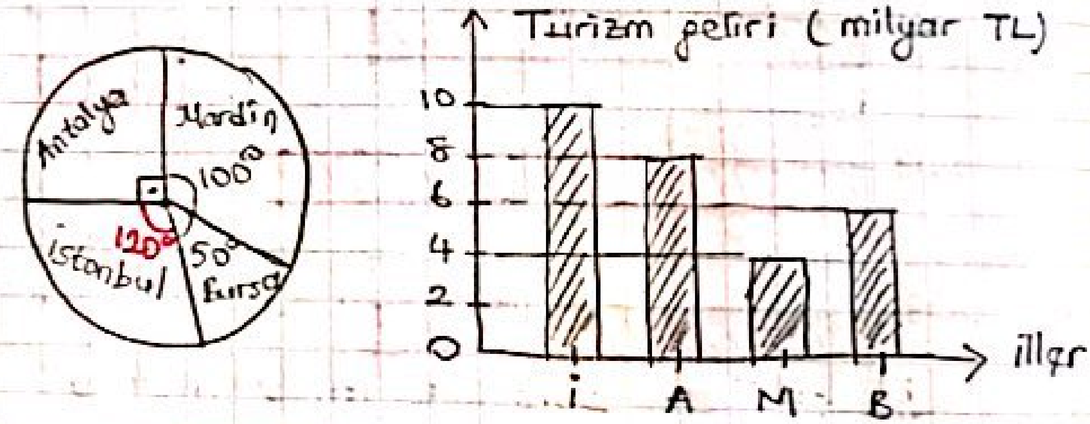
a-) 2019 yılında kaç adet bardak üretilmiştir? ⟶ 600.000 adet

b-) 2020 yılında üretilen bardak sayısı, tabak sayısından kaç adet fazladır?

200.000 adet

c-) Hangi yılda üretilen tabak sayısı, bardak sayısına eşittir? ⟶ 2018

Örn : Aşağıda bir yıl içerisinde 4 farklı ile gelen turist sayıları dairesel grafikte ve bu illerin turizm gelirleri sütun grafiğinde gösterilmiştir.



Buna göre; hangi ildeki turistlerin ortalama kişi başı harcaması en fazladır?

Ce ⟶ Bursa

Çözüm :

↳ Öncelikle daire grafiğinde İstanbul'a ayrılan dereceyi bulalım.

$90° + 100° + 50° = 240°$ $360° - 240° = 120°$ //

↳ Antalya ⟶ $9\cancel{0}° = 9x$
Mardin ⟶ $10\cancel{0}° = 10x$
Bursa ⟶ $5\cancel{0}° = 5x$
İstanbul ⟶ $12\cancel{0}° = 12x$

İşlem kolaylığı olsun diye birer sıfırları sildim.

↳ Bursa = $5x$ $5x$'de 6 Milyar TL
$10x$'de ? 12

Mardin $10x$ ama geliri 4 Milyar oran orantıya göre; Bursa ile eşit gelir getirmesi için 12 Milyar olması gerekiyordu. Demek ki Bursa daha ortalama kişi başı daha fazla gelir getirmiş. Mardin elendi. Bu şekilde Bursa ile diğer illeri de karşılaştıracağız.

$5x$'de 6 Milyar
$9x$'de ?

$\frac{9 \cdot 6}{5} = 10{,}5$ Milyar

Antalya → 8 Milyar (<)
X

$5x$'de 6 Milyar
$12x$'de ?

$\frac{12 \cdot 6}{5} = 14{,}4$ Milyar

İstanbul → 10 Milyar (<)
X

ÜNİTE - 3

Bölüm - 1 : BASİT OLAYLARIN OLMA OLASILIĞI

- Olasılık Kavramı :

↳ Deney : Bir olayın sonucunun ne olacağını görmek için yapılan işleme denir.

↳ Çıktı : Bir deneyde elde edilebilecek sonuçlara denir.

↳ Örnek Uzay : Tüm çıktıların oluşturduğu gruptur.

↳ Olay : Deneyde, gelmesi istenen durumdur.

↳ Olasılık : Çıktıların sayısının, örnek uzayın eleman sayısına oranına denir.

$$\text{OLASILIK} = \frac{\text{İSTENEN DURUM sayısı}}{\text{TÜM DURUM sayısı}}$$

Örn: Havaya atılan bir zarın üst yüzüne "3" gelme olasılığı kaçtır?

Deney → Zarın atılması

Çıktı → "3" → 1 tane ✓

Örnek Uzay → 1, 2, 3, 4, 5, 6 → 6 tane ✓

Olay → Zarın üst yüzüne 3 gelmesi

Olasılık → $\frac{1}{6}$ //

- **Kesin – İmkansız Olay:**

✓. Bir olayın olma olasılığı 0 ile 1 arasındadır. Yani bir olayın olma olasılığı en az 0 olabilir. Yani gerçekleşmesi mümkün değildir. Biz bu tarz olaylara "imkansız olay" deriz. Bir olayın olma olasılığı en fazla 1'dir. Yani gerçekleşmesi kesindir, %100'dür. Biz bu tarz olaylara da "kesin olay" deriz.

Örn: Havaya atılan bir zar için;

a-) Zarın üst yüzüne 9 gelme olasılığı?
↳ 0 (imkansız olay)

b-) Zarın üst yüzüne 0'dan büyük 7'den küçük doğal sayı gelme olasılığı?
↳ 1 (kesin olay)

• Daha Fazla / Daha Az / Eşit Olasılık :

M M M M
S S S
Y Y Y Y
K K K K K

M = Mavi S = Sarı
Y = Yeşil K = Kırmızı

* Toplar özdeştir.

a-) Çekilen topun mavi olma olasılığı $\longrightarrow \frac{4}{16}$

b-) " " sarı " " $\longrightarrow \frac{3}{16}$

c-) " " yeşil " " $\longrightarrow \frac{4}{16}$

d-) " " kırmızı " " $\longrightarrow \frac{5}{16}$

* Mavi ve yeşil topların sayısı aynı olduğu için eşit olasılığa sahiptirler.

* Kırmızı top, en fazla sayıda olduğu için diğerlerine göre daha fazla olasılığa sahiptir.

* Sarı top, en az sayıda olduğu için diğerlerine göre daha az olasılığa sahiptir.

✓. Bir olayın olma olasılığı a ise; olmama olasılığı "$1-a$" dır.

Örn: Bir olayın olma olasılığı $\frac{1}{5}$ ise; aynı olayın olmama olasılığı $\rightarrow 1-\frac{1}{5}=\frac{4}{5}$'dir//

Örn: Bir sepette 60 tane özdeş çilek vardır. Bu sepetten rastgele seçilen bir çileğin çürük olma olasılığı $\frac{7}{20}$'dir. Buna göre sepette kaç tane sağlam çilek vardır?

Çözüm: $\frac{\text{Çürük}}{\text{Tüm}}=\frac{7}{20}\overset{\times 3}{\underset{\times 3}{=}}\frac{21}{60}$

Çürük $\rightarrow$ 21 tane
Sağlam $\rightarrow$ $60-21=39$ tane//

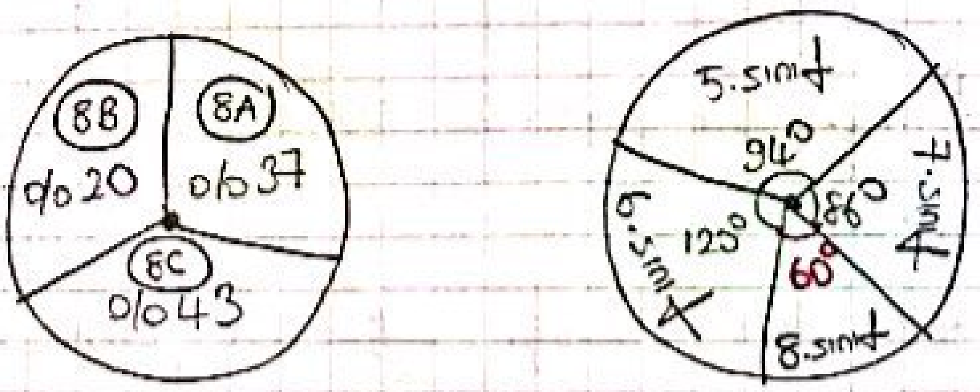
Örn: Bir çiftlikte 21 koyun, 17 tavuk, 4 tavşan ve 3 tane de hindi vardır. Buna göre; bu çiftlikten rastgele seçilen bir hayvanın dört ayaklı olmama olasılığı kaçtır?

koyun $\rightarrow$ 4 ayaklı
tavuk $\rightarrow$ 2 "
tavşan $\rightarrow$ 4 "
hindi $\rightarrow$ 2 "

dört ayaklı olmama olasılığı
=
1 − dört ayaklı olma olasılığı

$1-\frac{21+4}{45}=\frac{20}{45}=\frac{4}{9}$//

Örn: Bir okuldaki ortaokul öğrencilerinin sınıflarına göre ve 8. sınıftaki öğrencilerin şubelerine göre öğrenci sayılarının dağılımları aşağıdaki daire grafiklerinde verilmiştir.



Bu okuldan rastgele seçilen bir öğrencinin 8-B sınıfından olma olasılığı kaçtır?

Çözüm:

Sağdaki daire grafiğinde 8. sınıfların merkez açısını bulalım.

$94° + 86° + 120° = 300° \qquad 360° - 300° = 60°$

8. sınıfların %20'si 8B imiş.

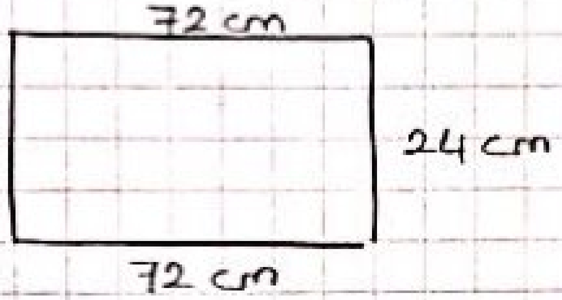
60°'nin %20'si kaç derece eder, bulalım,

$6\cancel{0} \cdot \frac{2\cancel{0}}{10\cancel{0}} = 12°$

$\text{olasılık} = \frac{\text{istenen}}{\text{tüm}} = \frac{12°}{360°} = \frac{1}{30}$ //

Örn: Uzun kenarlarından biri 72 cm ve çevresi 192 cm olan dikdörtgen şeklindeki kartondan eşit büyüklükte bir kenar uzunluğu tam sayı olan kareler oluşturulacaktır. Buna göre; oluşturulacak karelerin bir kenar uzunluğunun 10 cm'den küçük olma olasılığı kaçtır?

ÇÖZÜM:



$72 + 72 = 144 \qquad 192 - 144 = 48$

$48 \div 2 = 24$ cm → kısa kenar uzunluğu

72'nin çarpanları; 72

1 – 72
2 – 36
3 – 24
4 – 18
6 – 12
8 – 9

24'ün çarpanları; 24

1 – 24
2 – 12
3 – 8
4 – 6

Ortak çarpanları → 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24
= karenin bir kenar uzunlukları

10'dan küçük olma olasılığı $= \dfrac{6}{8} = \dfrac{3}{4}$ //